BERSOT FORMATION
Préparation aux concours

Le Mercredi 4 Octobre 2000

INTERROGATION DE MATHEMATIQUES N° 1
PHARMACIE

NOM : ________________ Prénom : _____________ G : ___

Exercice 1

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1/ $f(x) = 21\,x^7 - 4x^5 + \dfrac{2}{x} + 5$

2/ $f(x) = \left(x^2 - \dfrac{x}{3}\right).\sin \dfrac{2x}{5}$

3/ $f(x) = \dfrac{x^n}{(1+x)^n}$, avec $n \in \mathbb{N}^*$

4/ $f(x) = (3x - 2).\sqrt{(1+x)^3}$

5/ $f(x) = (x + x^{-1}).(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})$

Exercice 2

A - Déterminer les primitives suivantes :

1/ $\dot{I} = \displaystyle\int \frac{\sin x}{\cos^5 x}\,dx$

2/ $\dot{I} = \displaystyle\int (3x^2+1).\cos(2x).dx$

3/ $\dot{I} = \displaystyle\int x.e^{3x}.dx$

B –Calculer l'intégrale $\dot{J}$ définie par :

$$\dot{J} = \int_0^{\frac{p}{2}} \frac{\sin^3 x}{1+\cos x}dx$$

Exercice 3

Résoudre le système :

$$\begin{cases} x + 4y = 5 \\ \ln x + \ln y = 0 \end{cases}$$

Exercice 4

Soit $\dot{I} = \displaystyle\int e^{-x}.\sin x\,dx$

$\dot{J} = \displaystyle\int e^{-x}.\cos x\,dx$

Après avoir effectué une intégration par parties sur $\dot{I}$ et $\dot{J}$, en déduire ($\dot{I} + \dot{J}$) et ($\dot{I} - \dot{J}$). En déduire $\dot{I}$ et $\dot{J}$.

Exercice 5

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1/ $y' = \cos^2 y[5\,e^{-2x} + \dfrac{1}{(2x+3)^3}]$

2/ $2\,y'' - y' - y = 0$

3/ Résoudre $\dfrac{dy}{dx} = K.y,\ K \in \mathbb{R}$

Déterminer la constante sachant que $y = y_0$ pour $x = 0$.

Exercice 6 (Primants seulement)

Etudier la fonction suivante :

$F(x) = (1 - x).e^x$

(Ne pas calculer f ''(x))

Exercice 7 (Redoublants seulement)

1/ Soit la fonction $f(x,y) = (1 - x).e^{2x-3y}$

Calculer $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x.\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y.\partial x}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ et $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

2/ Soit les matrices suivantes :

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

- Calculer A + B, A – B, 4A + 3B, A .B
- Calculer $A^+.B$, $A.B^+$ et $B^+.A^+$, A^+ et B^+ désignant les transposées de A et B.

Equations	**Solutions]-∞, +∞[**
$y' - ay = 0$	$f(x) = ke^{\alpha x}$
$y'' + ay' + by = 0$ équation caractéristique: $r^2 + ar + b = 0$ de discriminant Δ	• Si $\Delta > 0$, $f(x) = \lambda e^{r_1 x} + \mu e^{r_2 x}$, où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique ; • Si $\Delta = 0$, $f(x) = (\lambda x + \mu)e^{rx}$ • Si $\Delta < 0$, $f(x) = (\lambda \cos \beta x + \mu \sin \beta x)e^{\alpha x}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.